

POMEN NADZORA RULETNIH CILINDROV

Mihael Perman

Koper, 21. januar 2011

The generation of random numbers is too important to be left to chance.

Robert R. Coveyou, Oak Ridge National Laboratory, ZDA

Povzetek

Ruletni cilindri so generatori slučajnih števil in s tem posredno tudi generatori dobitkov na francoski in ameriški ruleti. Številni primeri iz igralniške zgodovine pričajo, da se lahko verjetnosti posameznih izidov občutno razlikujejo od tistih, ki bi jih pričakovali. Razlogi za to so lahko mehanske narave, kot so slabo izdelan ali slabo montiran cilindri, lahko gre za nevesče croupiere, lahko pa seveda za namerno manipulacijo. Z metodami verjetnostnega računa lahko dokažemo, da za idealen cilindri ne more obstajati strategija, ki bi igralcem dosledno prinašala dobiček. Igralniške hiše se seveda ne morejo zanesti na ta matematični rezultat, ker velja le za primer idealnega cilindra. Dejanski cilindri niso idealni in kot bomo videli, lahko igralci v načelu s primernimi metodami izkoristijo pristranske cilindre. Zaščita pred matematično podkovanimi igralci, ki bi znali sistematično slediti izidom in uporabljati zapletene strategije, ali igralcem, ki bi s svojo običajno igro naključno stavili na favorizirane številke, ni edini razlog za nadzor. Razlogi so še zakonske narave, pa tudi želja po korektnem obravnavanju gostov, ki od igralniške hiše pričakujejo "kvalitetno" ponudbo v smislu "fair-playa". Nadzor velikega števila cilindrov, ki so hkrati v obratovanju, ni preprosta naloga. Ta projekt vključuje precej raznolike vidike. Statistična metodologija je ena od pomembnih komponent nadzora.

1 Matematično ozadje

Edini način, kako lahko nekdo dobiva pri ruleti je, da krade žetone, ko croupier ne gleda.

Albert Einstein

Igre na srečo spremljajo človeštvo že od nekdaj. Ruleta med njimi zavzema posebno vlogo, deloma zaradi samega izgleda igre, deloma pa zaradi nadiha plemenitosti, ki jo spremlja že od vsega začetka. Prvi je ruleto uradno dovolil francoski kralj Ludvik XIV okrog leta 1700. Kmalu je postala popularna med francoskimi plemiči, razširila pa se je tudi med druge stanovne. Razlogov za tako popularnost je več: igra je preprosta in pregledna, hitra, do izplačil pride takoj, najmočnejši razlog za njeno popularnost pa je morda pomirjujoč občutek, da se igralec sooča le z “gospo srečo” brez sodelovanja človeškega faktorja. Današnja popularnost rulete avtor C. Koken v [7] ponazarja s podatkom, da je bil leta 1998 skupen znesek stav pri tej igri v igralnicah v Nemčiji 19 milijard nemških mark, več kot pri vseh ostalih legalno dovoljenih igrah na srečo skupaj.

Igre na srečo so že zgodaj pritegnile tudi matematike. Razmišljanja o njih so imela ključno vlogo pri razvoju verjetnostnega računa. Pri tem so se pojavljala tudi vprašanja o ruleti. Posebej je burilo duhove vprašanje, ali je možna strategija, ki bi omogočila igralcem dobiček. Vprašanje v tej obliki je postavljeno preveč ohlapno. V natančnejši formulaciji moramo povedati, na podlagi katerih predpostavk želimo nanj odgovoriti. Običajno avtorji predpostavljajo, da so vsi izidi enako verjetni in da so zaporedni izidi med sabo neodvisni.

Najbrž ni presenetljivo, da so matematiki in nematematiki v preteklosti predlagali nič koliko strategij. Najbolj razvpita strategija, ki še vedno buri duhove, je *martingalska strategija*. V svoji najpreprostejši obliki pravi, da po vsaki izgubljeni igri podvojimo stavo. Če torej stavimo v prvi igri enoto in izgubimo, stavimo v drugi igri dve enoti. Če spet izgubimo, stavimo v tretji igri štiri enote. Ko naposled le enkrat dobimo, smo v vsakem primeru pridelali eno enoto. Na prvi pogled dobra strategija se ob natančnejši analizi brž pokaže v svoji pravi luči. Problemi se pojavijo kaj hitro, posebej zaradi omejitev višine stav. Neuporabnost take strategije je poznal že Giacomo Casanova, glej [3]. Avtor C. Koken v [7] analizira kar deset različnih strategij in njihovih variacij. Matematično so take analize zahtevne, pogosto pa je potrebno poseči tudi po računalniški simulaciji. V splošnem je sklep vseh

analiz, da strategije ne omogočajo dobička *v povprečju*. Vedno se bodo seveda našli igralci, ki bodo lahko ponosno razkazovali priigran denar. To ne pomeni, da so dobro igrali, pomeni le to, da so imeli srečo in pristali v tistem odstotku igralcev, ki jim je uspelo. Ta odstotek pa bo občutno pod 50%. Siva množica tistih, ki iz igralnic odhajajo praznih rok, ni tako vidna.

Razpravam o strategijah je zadal milostni strel matematik Richard A. Epstein, ki je v svoji knjigi [4] neizpodbitno dokazal, da zmagovita strategija ne more obstajati. Dokaz sloni na običajnih predpostavkah o enaki verjetnosti in neodvisnosti posameznih izidov. S tem ni dokazal samo, da dosedanje strategije niso zmagovite, ampak tudi, da nikoli nobena ne bo v povprečju zmagovita.

Vedno znova se sicer pojavljajo ljudje, ki razglašajo po svetu novo strategijo, tako, ki bo z gotovostjo prinašala dobiček željnim igralcem. Kot vemo spadajo ti teoretiki ob bok izumiteljem *perpetuumum mobile*. Če je cilindri dovolj dobro izdelan in nadziran med obratovanjem, zmagovite strategije preprosto ni! Samo za okus primer s spletnih strani.

With this roulette betting system, you will bet on the almost even money bets. You will bet on black or red or even or odd. You will not bet on the high-odds choices. All you need to win with this system is to win 7 out of 20 times.

Internet, 1995

Ob Epsteinovem matematičnem dosežku se igralniške hiše morda lahko oddahnejo. Ruleta jim bo z matematično zanesljivostjo zagotavljala stalen donos. Vendar pa vsa teorija sloni na predpostavkah. So te izpolnjene? Ali lahko te predpostavke preverimo? Ali moramo cilindre nadzirati? Navsezadnje so cilindri le mehanične naprave, ki so podvržene vplivom okolja in nepravilnostim zaradi nepopolne izdelave ali montaže. Temu vprašanju sta namenjena naslednja razdelka.

2 Primeri v svarilo

Roulette is the most glamorous of all the casino games. An air of elegance surrounds the roulette table, and its spinning wheel seems to be a perfect agent by which the goddess of fortune may intervene in the affairs of mortal men. How much superior is this

unapproachable mechanistic device to those games like dice and cards, where human hands may tamper with fate.

But more than glamour, the game presents to me a certain irresistible challenge. The roulette is intended to be a symmetrical gambling device, the odds for which always favour the house. In the long run, it would appear that a player must inevitably lose. But due to a certain degree of asymmetry in the wheel's production, or due to its later wear, the odds may shift enough to favor a player on certain bets. The shrewd observer may spot such a case and actually be able to play a winning game. Herein lies the challenge.

Allan N. Wilson, The Casino Gambler's Guide.

Matematična teorija nam zagotavlja, da nobena še tako izdelana strategija ne more zagotoviti igralcem doslednega dobička, če je le porazdelitev verjetnosti po posameznih izidih dovolj blizu idealni. To ne pomeni, da bodo vsi igralci dosledno izgubljali, kar bi ruleti kot igri na srečo odvzelo njeno privlačnost. Na idealnem cilindru bodo izgubljali igralci *v povprečju*. Hiša bo tako garantirano imela dobiček, ki se ga bo dalo tudi zanesljivo napovedati. Od vseh stav bo igralnici ostalo 2,7% z zanemarljivim tveganjem, vsaj če gledamo dolgoročno. V realnosti odstotki presegajo 2,7%. Poglavitni razlog je v besedi "dolgoročno". Mnogi igralci izgubijo ves za kockanje predviden denar, preden dosežejo tistih dolgoročnih 2,7%. Sloviti angleški ekonomist John Meynard Keynes je to izrazil bolj slikovito z "*In the long run we are all dead*".

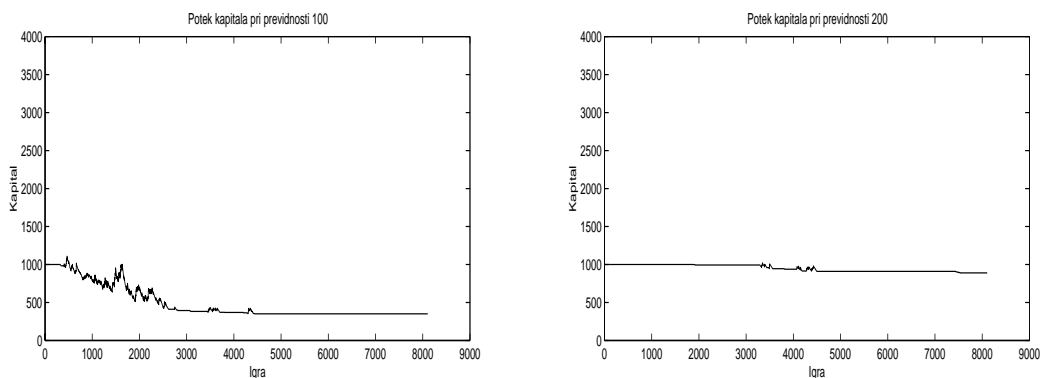
Situacija pri cilindrih, kjer porazdelitev verjetnosti ni enakomerna, je precej drugačna. Če pristranskost cilindra poznamo, se lahko takoj odločimo, ali je možno v povprečju dobivati. Taka situacija se v praksi nikoli ne pojavi, saj niti proizvajalec cilindrov niti hiša z vsemi razpoložljivimi podatki ne poznata porazdelitve verjetnosti. Lahko pa se postavimo na stališče, da bodo igralci poskušali locirati pristranske cilindre in jih izkoristiti. To je lažje reči kot narediti, tudi če so v obtoku številne zgodbice o igralcih, ki so že po nekaj igrah locirali favorizirane številke. Tudi po nekaj sto igrah je večinoma težko presoditi, ali je cylinder dejansko pristranski, ali gre samo za slučajne odklone od pričakovanih frekvenc. Ta del problema bomo prikazali v naslednjem razdelku. V tem razdelku se bomo osredotočili na drugo vprašanje.

Poskusimo najprej vprašanje natančno formulirati. Postavimo se v vlogo igralca, ki sumi, da je porazdelitev verjetnosti na cilindru taka, da mu v načelu omogoča v povprečju dosleden dobiček. Poudariti je potrebno, da ta domnevni igralec ne ve, kateri izidi so zanj ugodni, ampak le sumi, da je dobivanje možno. Smiselno je pričakovati, da bo optimalna strategija v tem primeru upoštevala izide in prirejala stave glede na opazovane izide. Toda kako?

Zelo dober odgovor je leta 1995 dal ameriški matematik Jerome P. Klotz v članku *A winning strategy for roulette*, ki je izšel v zborniku [6]. Podrobnosti Klotzove strategije so opisane v poročilu izdelanem za HIT leta 2001 [9]. Bistvena ideja je preprosta. Igralec bo opazoval izide. Na začetku ne bo stavil nič, ko pa se bodo začele nabirati informacije o verjetnostih posameznih izidov, bo začel staviti majhne vsote na izbrane številke. Med izbranimi številkami bo igralec dal prednost tistim, ki se večkrat pojavljajo, ne bo pa stavil samo na te številke, temveč se bo nekako poskušal zaščititi pred prenagljenimi sklepi. Ko bo informacij več in več, bo optimalni igralec tudi povečeval stave. Igralec je lahko tudi manj ali bolj previden. Lahko dolgo opazuje cilindri, preden se odloči za stave, ali pa postopa bolj lahkomišelnost in hitro verjame, da je lociral prave številke. Klotzova strategija vsebuje zato dodaten parameter, ki mu bomo tukaj rekli *previdnost*. Previdnost 100, recimo, bomo pripisali igralcu, ki je zmerno previden, previdnost 200 pa že bolj zadržanemu igralcu, ki bo dolgo opazoval cilindri, preden se bo odločil za kakšno stavo.

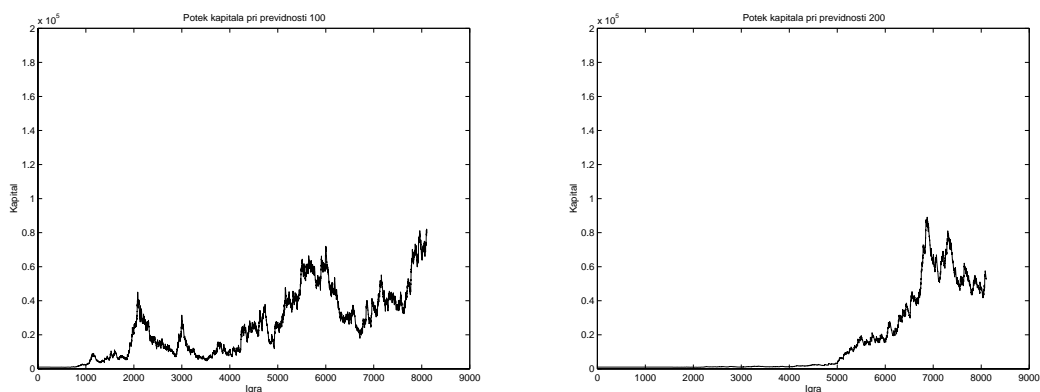
Najbolje bomo lahko razumeli dogajanje, če si ogledamo nekaj primerov. Igralca v spodnjih primerih bosta vedno začela s 1000 enotami. Najmanjša možna stava bo vedno 1 enota, največja pa 100 enot. Za prvega od igralcev bo previdnost 100, za drugega 200. Grafi bodo vedno prikazovali stanje v igralčevih žepih po danem številu iger.

Najprej si oglejmo, kaj se zgodi s Klotzovo strategijo, če jo uporabimo na simuliranih izidih na cilindru, ki ni hudo pokvarjen. Porazdelitev verjetnosti v tem primeru je taka, da je pri stavi na najverjetnejšo številko pričakovan dobiček igralca 0,9% stave. Slika 1 prikazuje potek igralčevega kapitala. Bolj lahkomišelnost igralec bo tako prej menil, da se splača staviti in tudi po pričakovanju prej izgubil več denarja. Bolj zadržan igralec s previdnostjo 200 pa ne bo stavil skoraj nič in zato tudi manj izgubil. Čeprav cilindri ni idealen, je še vedno dovolj blizu idealnemu, da po več kot 8000 igratih optimalna strategija še ni uspela izkoristiti pristranske porazdelitve verjetnosti.



Sl. 1 Potek kapitala optimalnega igralca na simuliranem malo pokvarjenem cilindru.

Poglejmo si nekoliko bolj pokvarjen cilindar, na katerem lahko igralec s stavami na določene številke v povprečju pričakuje kar 33% donos. Poudarjamo, da domnevni igralec ne ve, katere so zanj ugodne številke, meni pa, da mu bo Klotzova strategija pomagala.



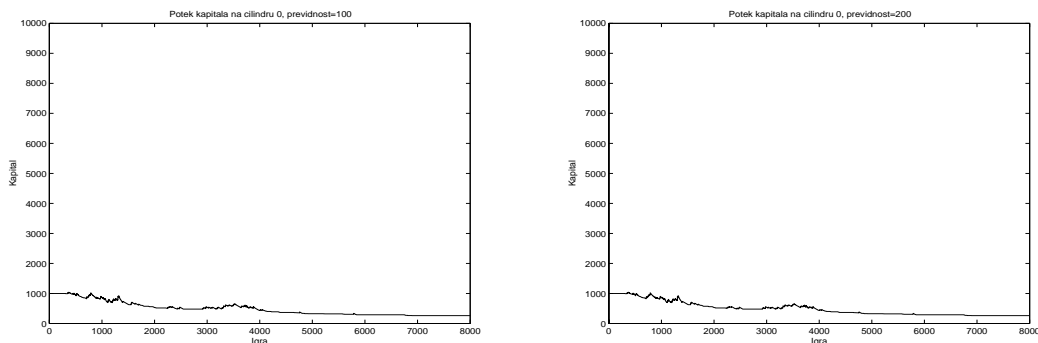
Sl. 2 Potek kapitala optimalnega igralca na simuliranem pokvarjenem cilindru.

Klotzova strategija bo sčasoma zaznala možnost dobička. Bolj previden igralec bo začel igrati kasneje in zanesljivo dobival, manj previden pa bo začel staviti že nekaj prej. Prvi igralec bo tako svoj začetni vložek pomnožil s faktorjem približno 100, drugi pa s faktorjem 50. Tak cilindar bi bil za hišo lahko katastrofalen!

Vse lepo in prav, lahko rečemo, v igralnicah pa so vendarle dejanski cilindri in ne njihove računalniške simulacije. Za dejanske cilindre lahko vzamemo

podatke iz preteklosti in na njih uporabimo Klotzovo strategijo. Tukaj je scenarij bolj realističen, saj v nasprotju s simuliranimi cilindri ne vemo dejanske porazdelitve.

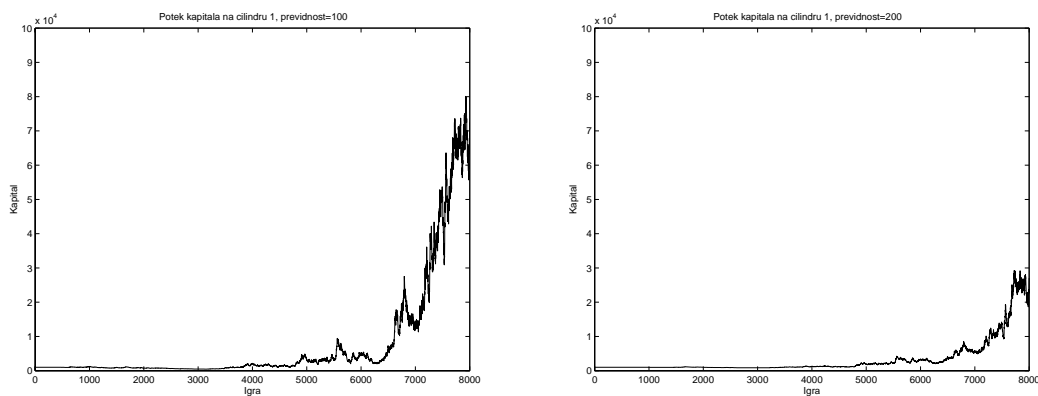
Oglejmo si najprej primer cilindra št. 0 iz HIT-ove igralnice. Na razpolago imamo izide v 8000 igrah na petih različnih cilindrih. Delamo se, kot da bi se zaporedje izidov še enkrat odvijalo pred očmi domnevnih igralcev, ki uporabljajo Klotzovo strategijo. Vsakič igralec začne s kapitalom 1000 enot, najmanjša možna stava je 1 enoto, največja pa 100 enot.



Sl. 3 Potek kapitala optimalnega igralca na cilindru št. 0.

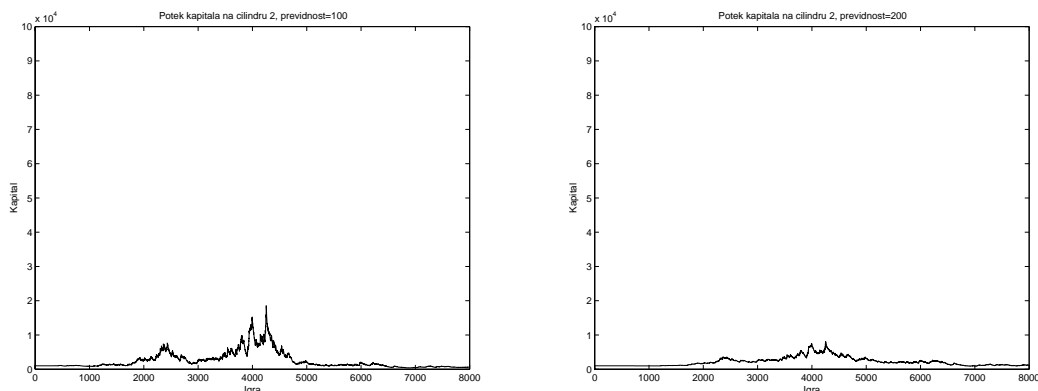
Po vsem sodeč smo lahko glede tega cilindra pomirjeni. Oba igralca sta se obnašala precej zadržano in komaj kaj stavila. Ampak vemo, da znanje pride z izkušnjo.

Oglejmo si še niz izidov na primeru cilindra št. 1 iz HIT-ove igralnice. Vsakič vzamemo tako kot prej 8000 izidov, za lažjo primerjavo pa so navpične lestvice vedno med 0 in 100,000. Vedno je začetni kapital 1000, najmanjša stava je 1 in največja stava 100.



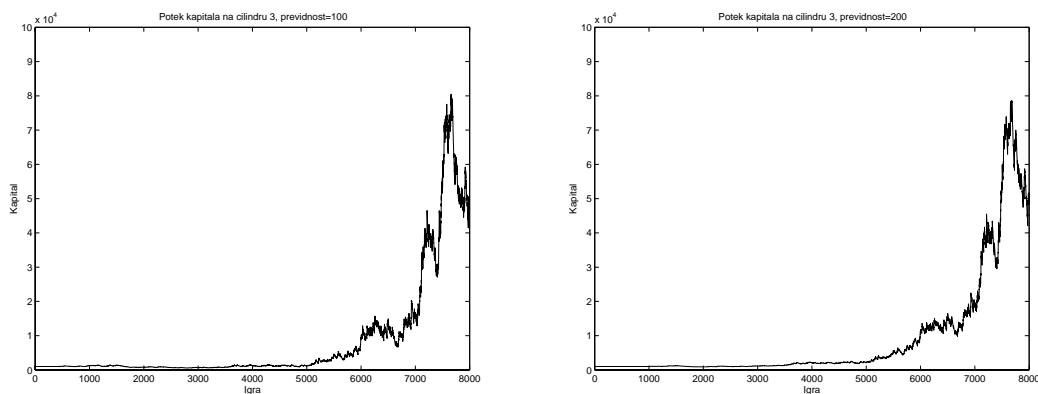
Sl. 4a Potek kapitala optimalnega igralca na cilindru št. 1.

Tukaj bi moralo igralnico zelo zaskrbeti! Res, da sta igralca dolgo čakala, preden sta začela staviti. Ko pa sta začela, je njuno bogastvo naglo naraščalo, igralnica pa je ravno tako naglo izgubljala. Prvi igralec je svoj začetni vložek pomnožil s faktorjem približno 80, drugi pa s faktorjem približno 60. Je to lahko samo naključje? V načelu je lahko, vendar pa je to malo verjetno. Dosti boljša razlaga je, da je Klotzova strategija izkoristila neenakomerno porazdelitev verjetnosti na cilindru. Da se prepričamo poglejmo še nekaj cilindrov. Vsakič poskrbimo, da je igralčev kapital na isti skali od 0 do 100,000.



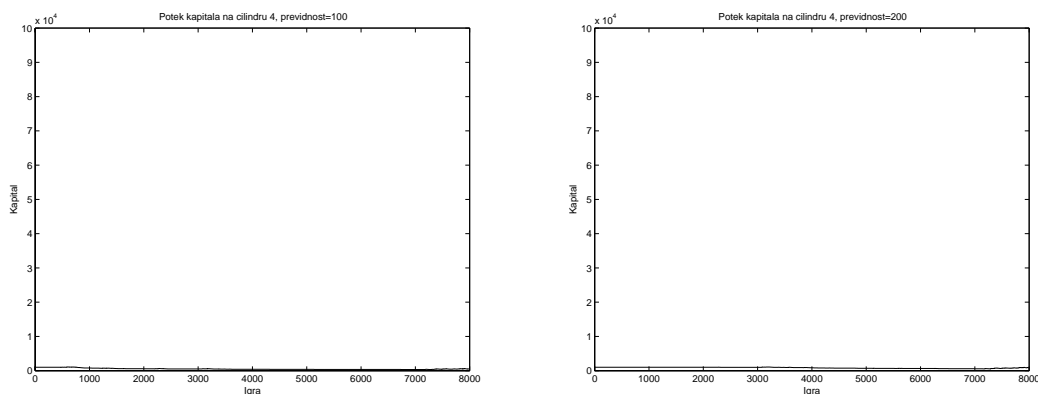
Sl. 4b Poteč kapitala optimalnega igralca na cilindru št. 2.

Ta cylinder je po vsem sodeč dober. Končni izid je znotraj pričakovanih odklonov.



Sl. 4c Poteč kapitala optimalnega igralca na cilindru št. 3.

Ta cylinder pa spet jasno kaže, da je nadzor nujen, saj je optimalni igralec spet pomnožil svoje bogastvo za občuten faktor.



Sl. 4d Potek kapitala optimalnega igralca na cilindru št. 4

Za zaključek lahko rečemo tole: če je cilindri dovolj okvarjen, lahko dovolj vztrajen in sistematičen igralec tak cilindri izkoristi. Vidimo sicer, da sta Klotzova igralca dolgo čakala, preden sta začela staviti, pa vendar je s stališča hiše dejstvo, da je taka optimalna igra možna, nekoliko zaskrbljivoče. Najbrž lahko s precejšnjo gotovostjo trdimo, da dejanskih primerov velikih dobičkov, ki so na redko posejani v igralniški zgodovini (glej naprimer uvod v knjigo [2]) ne kaže pripisati optimalnim strategijam. Z veliko gotovostjo pa lahko te primere pripišemo pokvarjenim cilindrom, na katere so omenjeni srečneži naleteli po naključju. Vsekakor pa primeri zelo jasno kažejo, da je potrebno nadzor cilindrov jemati precej resno.

3 Statistični vidiki nadzora

Unless we inconvenience ourselves by staying a long time in the casino to increase the sample of spins, how may we distinguish statistically a true weak biased number from the false random winners that eventually fluctuate all over the place and through which we lose? This questions I have put to two professors of mathematics, experts in roulette theory and play, whom I quote elsewhere in this book, and they both declare sadly that they have thus far no statistical method to offer as a practical solution. For the greater success of biased-wheel play, let's hope that some day a solution may be found.

Russel T. Barnhart, Beating the Wheel

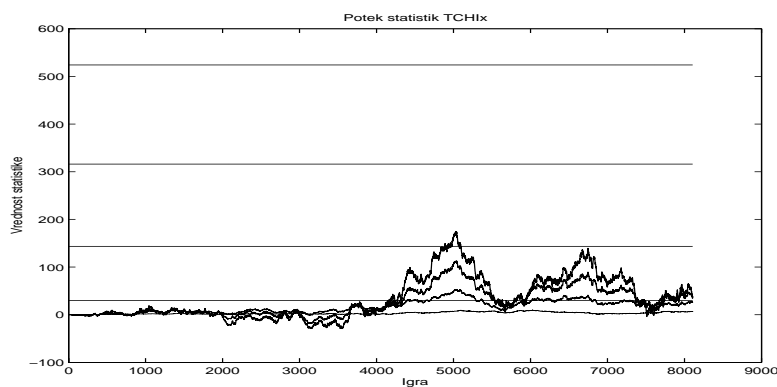
Primeri iz prejšnjega razdelka kot primer cilindra št. 2 nam prepričljivo pokažejo, da je nadzor nujno potreben. Toda kot je razvidno iz uvodnega citata, ta problem ni tako enostavno rešljiv. Na prvi pogled gre za standardno nalogo, ki jo obravnava skoraj vsak tečaj elementarne statistike. Ko pa se problema lotimo z dejanskimi podatki, se hitro pokažejo težave. Začetne iluzije, da bo mogoče že po nekaj sto izidih presoditi, ali imamo pred seboj dober ali slab cylinder, se kaj hitro razblinijo. To nam potrjujejo tudi drugi avtorji, recimo [2, str. 98] ali [5]. Naj vržemo puško v koruzo in prepustimo vrtenje cilindra naključju? Seveda ne! Le problem nadzora in njegovega namena moramo drugače formulirati. Že v uvodu smo omenili, da igralnice želijo ponujati “kvalitetne” usluge. Nadzor mora omogočati, da hiša sumljive cilindre umakne iz obratovanja, preden igralci zaznajo nepravilnosti. Pri tem ima hiša prednost, saj sistematsko beleži dogajanje na vseh cilindrih čez dolga obdobja, poleg tega pa ima na razpolago računalniško opremo, ki je igralci ne smejo uporabljati.

Standardno orodje za preizkušanje, ali je porazdelitev verjetnosti po izidih enakomerna, je χ^2 -statistika. Žal se na primerih kmalu pokaže, da je to široko uporabljano statistično orodje za naše namene pregrobo. Ta statistika ni izkazala niti pri velikem številu podatkov. Posebej moteče je, da se je slabo odrezala tudi na računalniško simuliranih pokvarjenih cilindrih. Razlog za to je, da χ^2 -statistika “preži” na kakršnekoli odmike od enakomerne porazdelitve. Bolj slikovito bi lahko rekli, da dela preveč stvari naenkrat. Ideja bolj učinkovitega nadzora je, da spremljamo ne samo frekvence posameznih izidov, temveč tudi sektorjev. Glede na to, da so stave na sektorje popularne in zato pogoste, je ideja smiselna. Avtorja [2, str. 75] tudi ugotavljata, da χ^2 -statistika ni zelo uporabna ravno zaradi tega, ker ne upošteva sektorjev. Upoštevanje sektorjev pa je matematično nekoliko bolj zahteven problem.

V sklopu projekta nadzora v hiši HIT je bila razvita metodologija, ki zajema tudi vprašanje sektorjev. Podrobnosti so razložene v poročilu [8]. Idejo bomo predstavili na poljuden način z grafi. Tudi pri novi metodi je potrebno izračunati testne statistike. Med njimi bo tudi χ^2 -statistika, ki smo jo omenili na začetku, vendar ne bo več edina. Ob njej bo še več drugih, ki so izdelane “po naročilu”, tako da prežijo na sektorje določene dolžine. Te statistike se na novo preračunavajo po vsaki igri na ruletnem cilindru. Tako dobimo tekoče zaporedje vrednosti testnih statistik. Če katera od njih preseže določen prag, se sproži alarm. Cylinder si je potrebno bolj podrobno ogledati. Glede na to, da so hkrati v obratovanju številni cilindri, je zaželeno, da bi bilo čim manj lažnih alarmov. Sredstvo za to je višina pragov, ki jih

statistike ne smejo preseči.

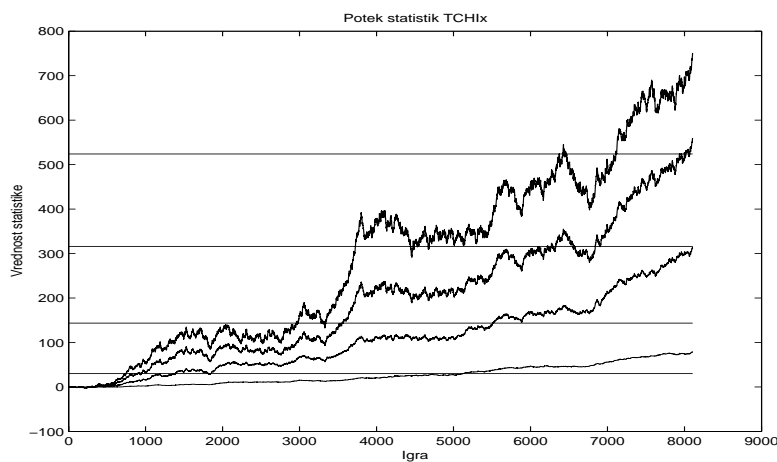
Oglejmo si delovanje statistik na primerih iz prejšnjega razdelka. Naslednji graf prikazuje potek statistik TCHI1, TCHI3, TCHI5 in TCHI7 za prvi cilindar, ki smo ga obravnavali v prejšnjem razdelku. Kot vemo, je prvi cilindar uspešno preživel Klotzovo strategijo. Vodoravne črte so pragovi, ki jih statistike ne bi smele preseči.



Sl. 5 Potek statistik TCHI za skoraj "zdrav" cilindar.

Vidimo, da se nobena od statistik ne približa pragom. To se sklada z izidi pri Klotzovi strategiji. Pred sabo imamo cilindar, ki je dovolj blizu idealnemu.

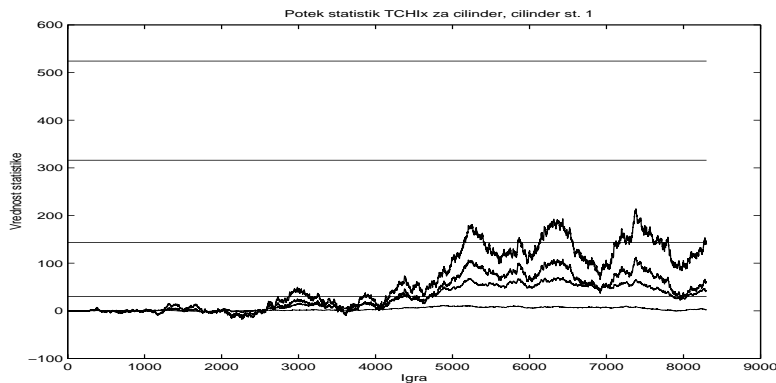
Drugačno je stanje pri drugem simuliranem cilindru, kjer je Klotzova strategija igralcema prinesla precejšnje dobičke.



Sl. 6 Potek statistik TCHI za pokvarjen cilindar.

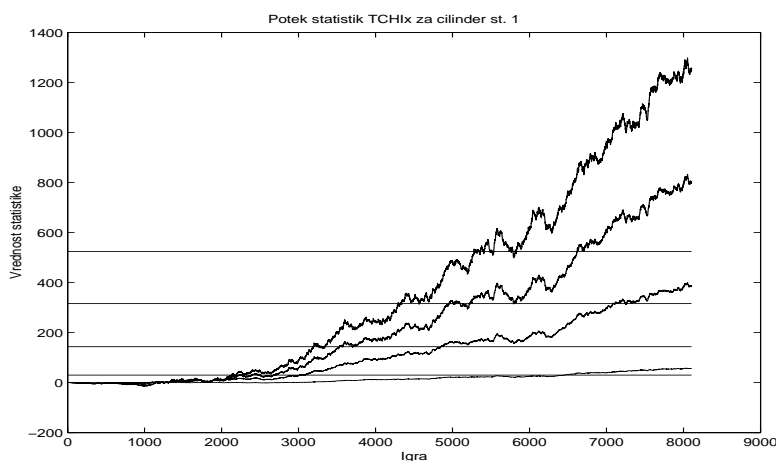
Vse statistike prekoračijo pragove, kar se ujema z ugotovitvijo, da Klotzov igralec začne dobivati.

Oglejmo si še dejanska cilindra. Za cilindar št. 1 dobimo naslednjo sliko.



Sl. 7 Potek statistik TCHI za cilindar št. 0.

Spet se ugotovitve ujemajo. Pred sabo imamo dober cilindar. Drugače pa je s cilindrom št. 1.



Sl. 8 Potek statistik TCHI za cilindar št. 1.

Statistike pokažejo precejšnje preseganje pragov. Ta cilindar ne bi smel biti v obratovanju.

Omenimo še, da lahko tudi Klotzovo strategijo uporabimo kot “statistiko”. Tukaj ne gre za statistiko v običajnem pomenu besede. Ideja je v tem, da bi računalniško programiran igralec nevidno igral z vsemi ostalimi

gosti v hiši. Če bi mu nenadoma uspelo zelo pomnožiti svoj začetni vložek, bi to pomenilo, da lahko to dosežejo tudi ostali gosti.

Za zaključek lahko rečemo, da tako kot vsak drug kompleksen problem tudi problem nadzora cilindrov nima samo ene čudežne rešitve. Potrebno je spremljati več različnih statistik in se jih naučiti uporabljati. Matematika ne more nadomestiti praktičnih izkušenj z uporabo nadzornega sistema, tudi če je bila pri njegovem nastajanju bistvenega pomena.

4 Zaključki

Matematična diskusija in analiza dejanskih cilindrov iz HIT-ovih igralnic zgovorno kažejo, da je nadzor potreben. Celovit nadzor zajema veliko vidikov, od katerih je statistična analiza eden od pomembnejših. Dosedanje izkušnje so pokazale, da so HIT-ove igralnice s spremljanjem povečale zanesljivost cilindrov, ki so danes večinoma že tako kvalitetni, da so nerazločljivi od idealnih generatorjev naključnih števil. K temu so pripomogle raznolike analize, od statističnih obdelav izidov do analize vpliva mehanskih lastnosti cilindrov na verjetnosti posameznih izidov. Izkušnje so pomagale tudi pri formulaciji zahtev v razgovorih z dobavitelji cilindrov. S tega stališča je bil projekt vzpostavitve statističnega nadzora uspešen.

Vloga nadzora pa s tem še ni zaključena. Ustrezna oblika nadzorovanja iger na srečo in v sklopu tega ruletnih cilindrov bo vedno potrebna rutina.

Literatura

- [1] R.T. Barnhard. *Beating the wheel*. Lyle Stuart, 1992.
- [2] M. Billings and B. Fredrickson. *The Biased Wheel Handbook*. Saros Design Publishing, 1996.
- [3] G. G. Casanova de Seingalt. *Memoirs*. Casanova Society, London, 1922.
- [4] R. A. Epstein. *The Theory of Gambling and Statistical Logic*. Academic Press, 1st. edition, 1967.
- [5] S. N. Ethier. Testing for favourable numbers on a roulette wheel. *Journal od American Statistical Society*, 77:660–665, 1982.

- [6] J. P. Klotz. A winning strategy for roulette. In *The Ninth International Conference on Gambling and Risk Taking*. University of Nevada Las Vegas, 1995.
- [7] C. Koken. *Roulette. Computersimulation & Wahrscheinlichkeitsanalyse von spel und Strategien, 5. Auflage*. Oldenburg Verlag, 2000.
- [8] M. Perman. *Navodilo za uporabo statistik CHIx in MAXx*. Tehnično poročilo, HIT, 2001.
- [9] G. Šega. *Klotzova strategija: opis in uporaba*. Tehnično poročilo, HIT, 2001.