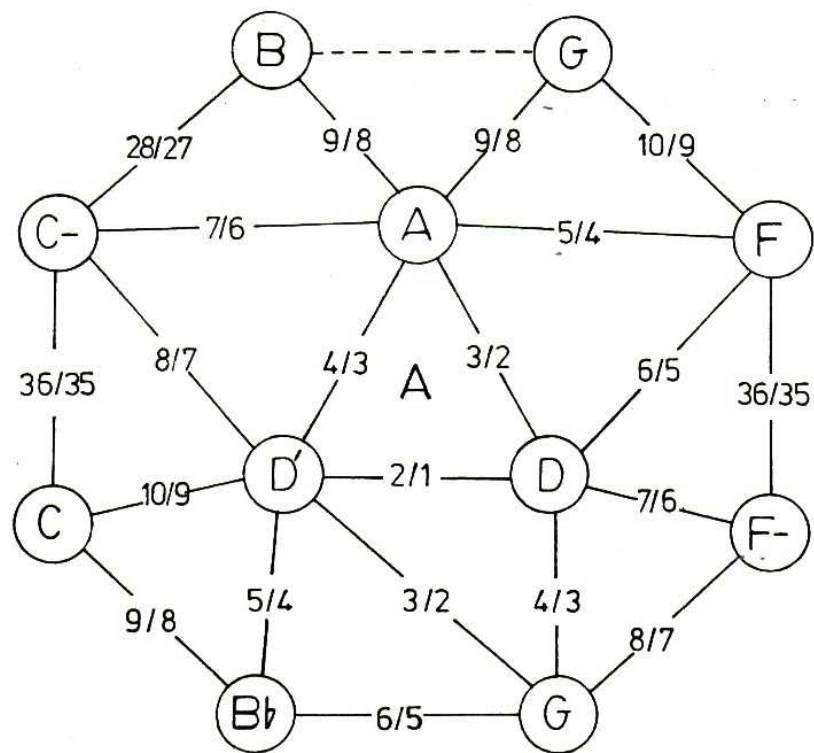


# Števíla in glasba

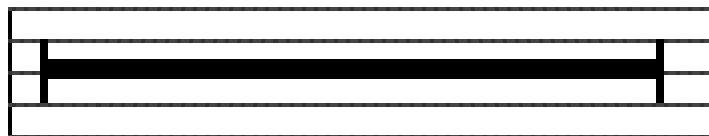
Kakšna je povezava?



# Preštevanje

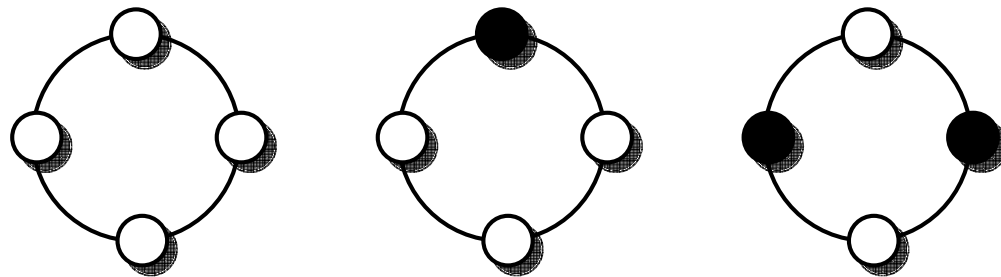
- “Nič ne more biti dlje od uma aktivnega glasbenika kot preštevanje, nič dlje od uma aktivnega matematika kot petje, in vendar imata preštevanje in petje nekaj skupnega.” — Viktor Zuckerkandl, *Man the Musician*, 1973

**21**



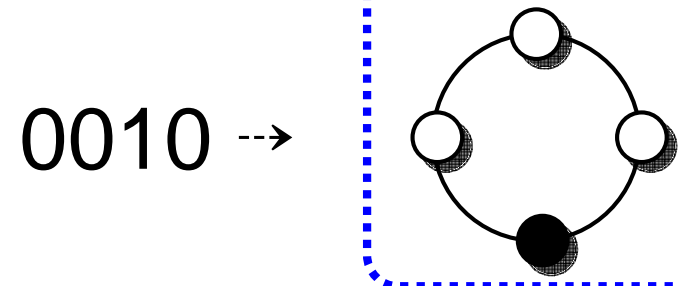
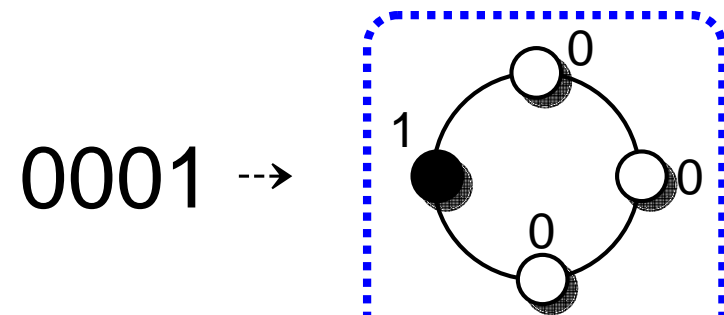
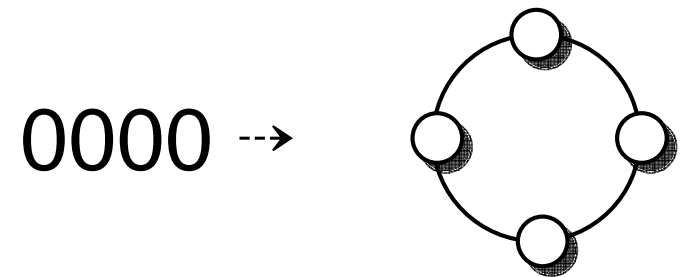
# Preštavanje ogrlic

- Koliko je različnih ogrlic s po 4 kroglicami?
- Za vsako kroglico imamo dve možni barvi



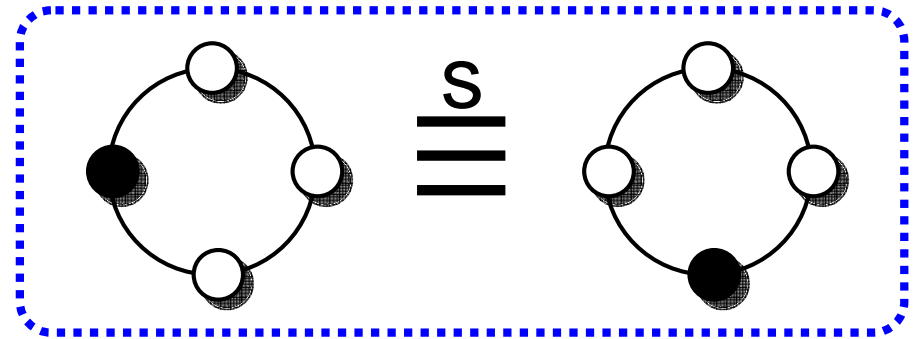
# Prvi odgovor

- $2^4 = 16$   
možnosti
- Ampak  
nekaterere  
možnosti  
sovpadajo!



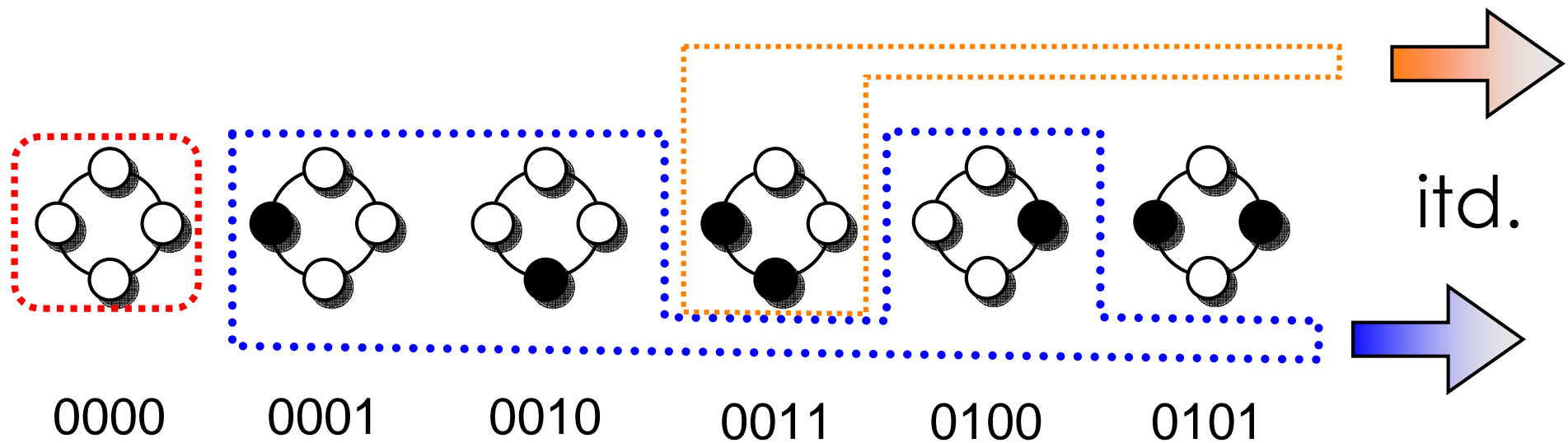
# Ekvivalenca

- Ogrlice so ekvivalentne glede na rotacijo
- To je ekvivalenčna relacija  $\Rightarrow$  razdelitev vseh ogrlic na ekvivalenčne razrede



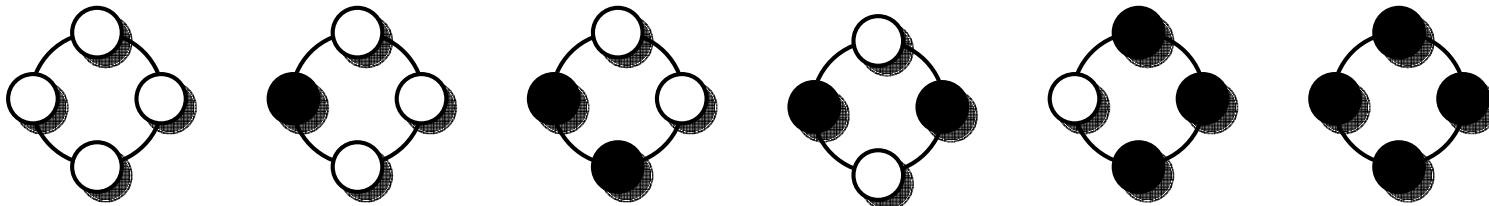
# Razredi

- Najprej razvrstimo vse ogrlice
- Obkrožimo ekvivalentne



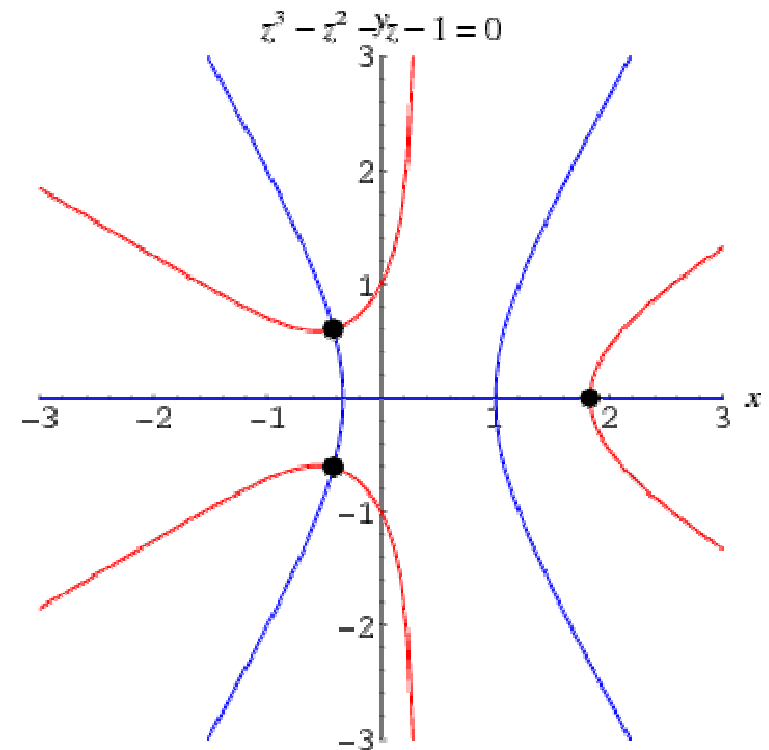
# Odgovor

- Obstaja 6 bistveno različnih ogrlic



# Vzorci

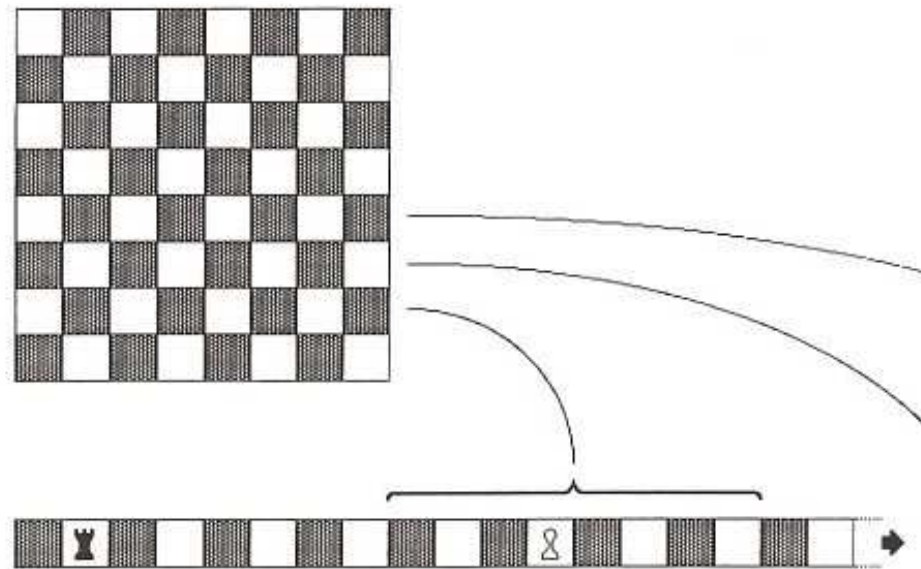
- Vzorce lažje opazimo v več dimenzijah
- Zgled: ničle polinomov v kompleksni ravnini





# Tabela ali seznam?

- Ali je kmet ogrožen?
- Kako se lahko premakne trdnjava?
- Kaj pa konj?



# Менделеев

1	H	Hydrogen
2	He	Helium
3	Li	Lithium
4	Be	Beryllium
5	B	Boron
6	C	Carbon
7	N	Nitrogen
8	O	Oxygen
9	F	Fluorine
10	Ne	Neon

H	⋮																He
Li	Be	⋮										B	C	N	O	F	Ne
Na	Mg	⋮										Al	Si	P	S	Cl	Ar
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn

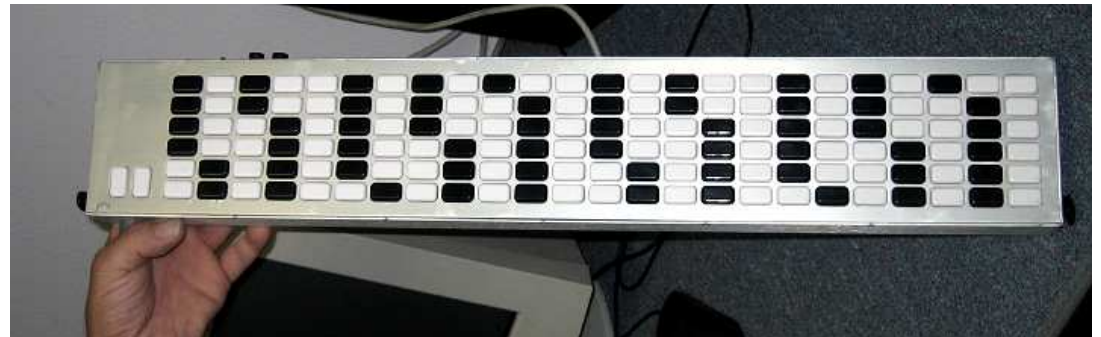
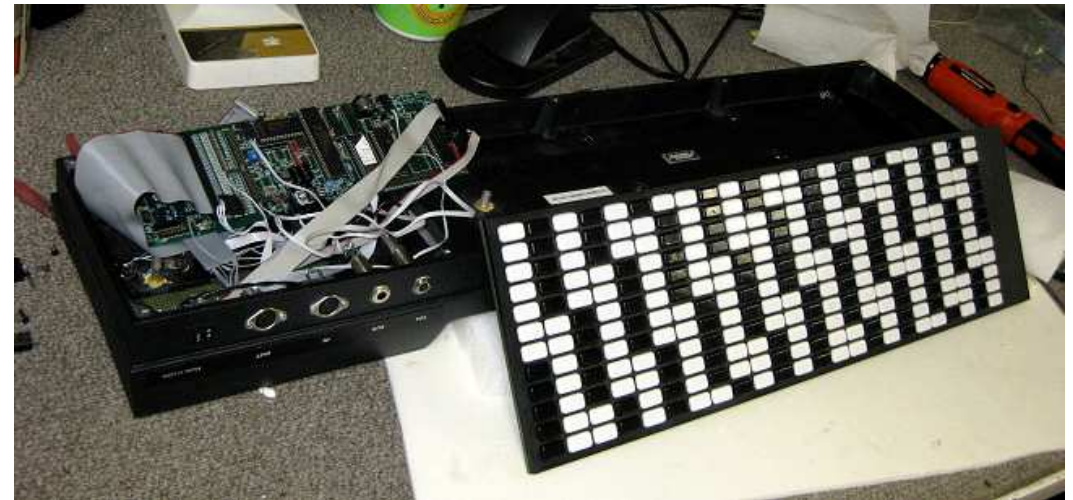
⋮		
31	Ga	Gallium
32	Ge	Germanium
33	As	Arsenic
34	Se	Selenium
35	Br	Bromine
36	Kr	Krypton
⋮		

# Klavir, Kitara, ZBoard



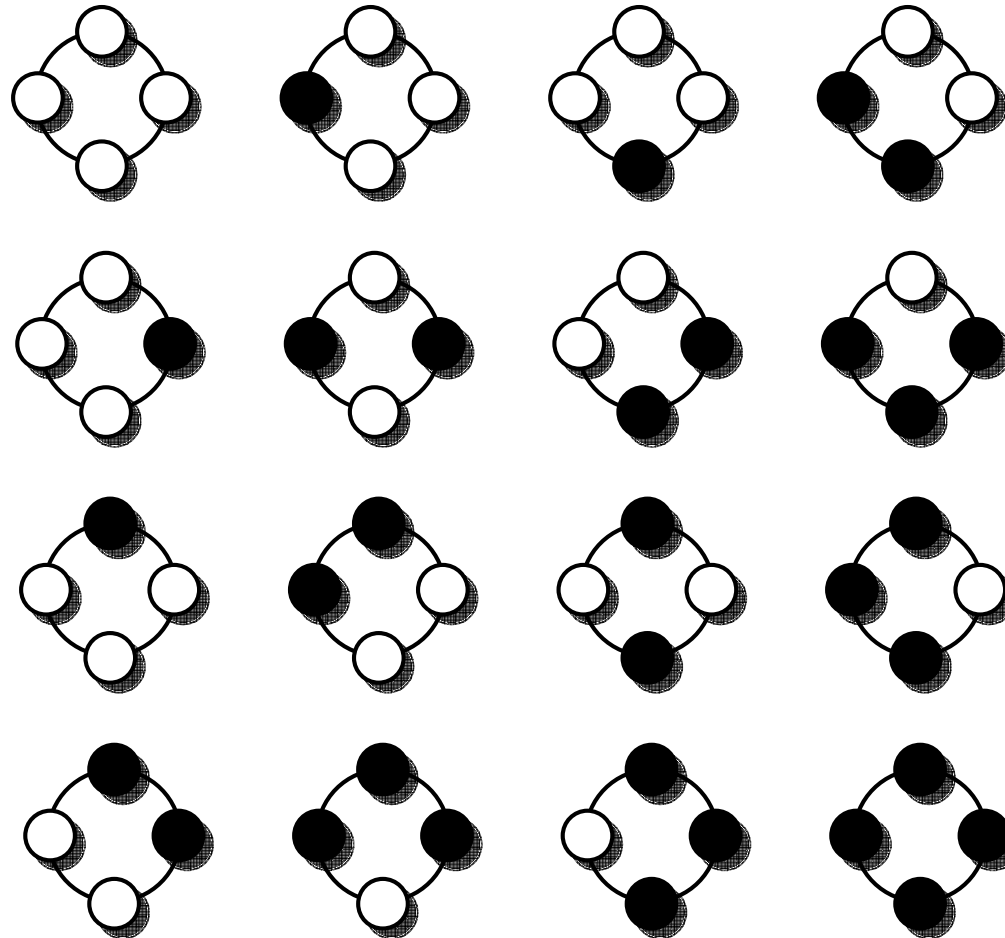
# ZBoard-i in ZTar-i

- Razvil jih je Harvey Starr v San Diegu

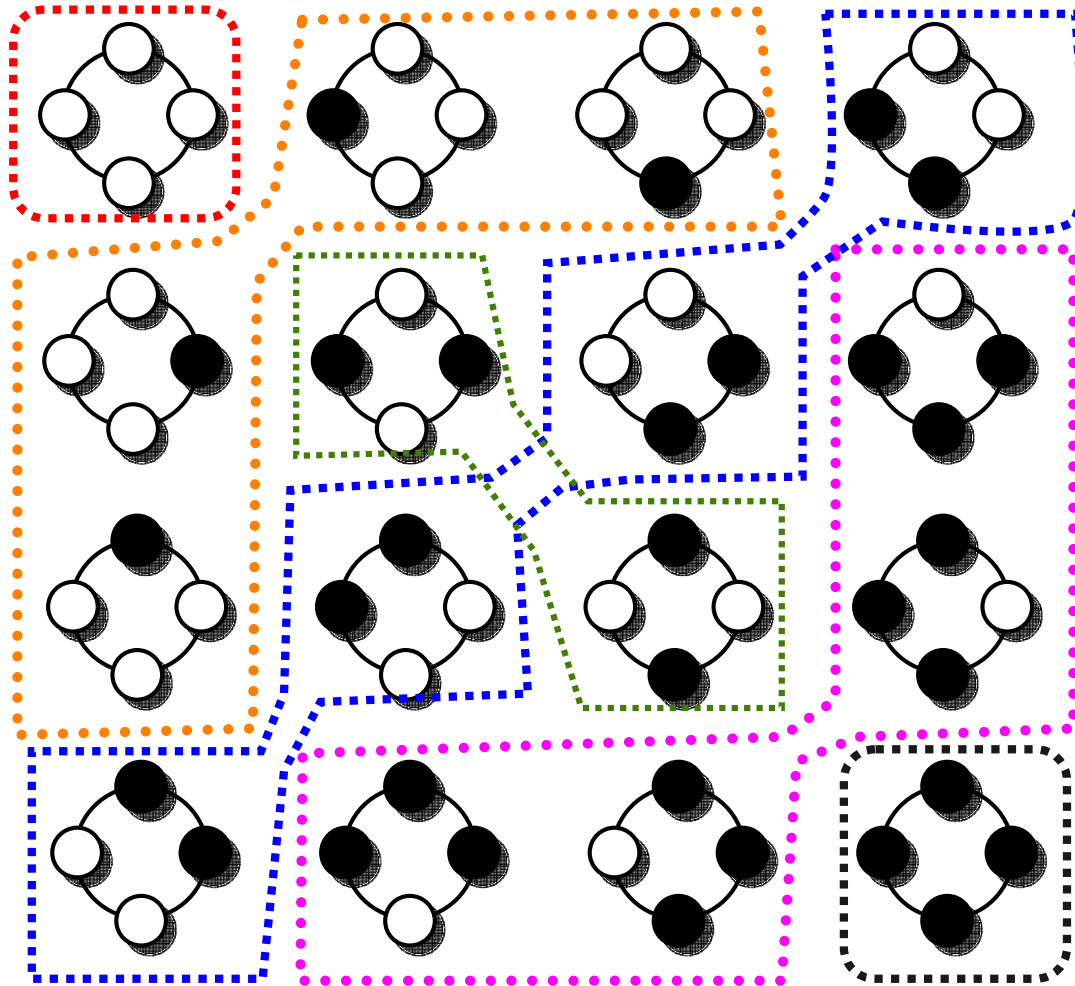




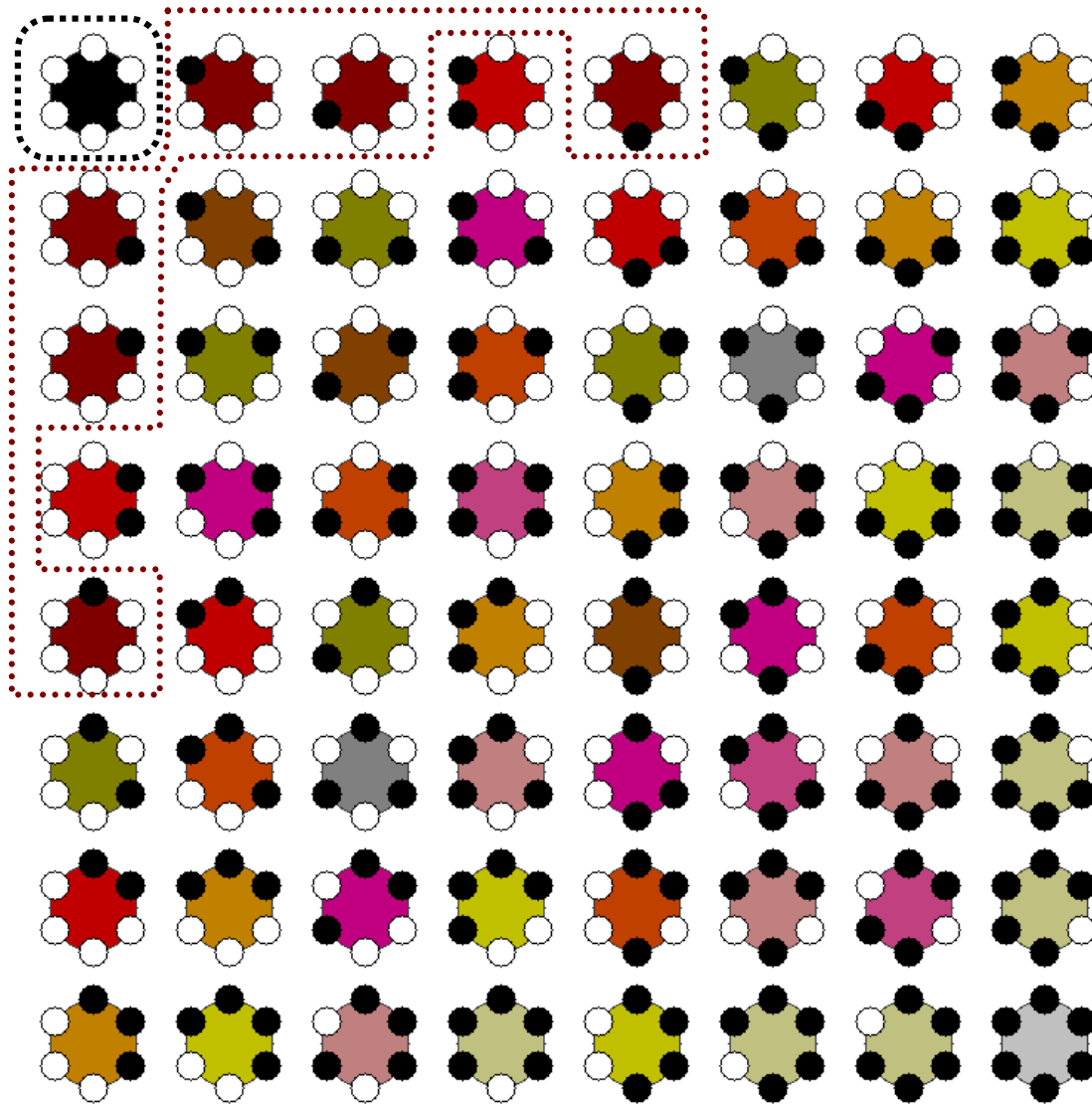
# Vseh 16 ogrlic



# Vseh 16 ogrlic



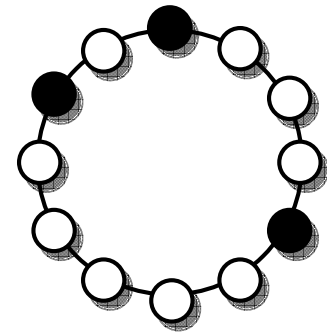
$N = 6$



10 01 11  
↓ ↓ ↓  
R Z M

# Boj zapleteno

- Poglejmo sedaj “ogrlice” z 12 kroglicami
- Veliko več primerov!
- Zakaj 12?

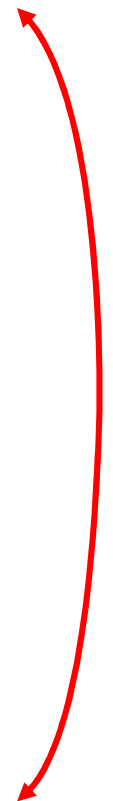




# Dobra uglašenosť

- V zahodni glasbi je oktava razdeljena na dvanajst enako dolgih delov
- Ali je le sreča, da ta delitev deluje tako dobro?
- $(3/2)^{12} = 129.7... \approx 128$
- Dvanajst popolnih kvint nas ponese (skoraj) skozi sedem oktav

C  
C#  
D  
E<sup>b</sup>  
E  
F  
F#  
G  
A<sup>b</sup>  
A  
B  
H  
C

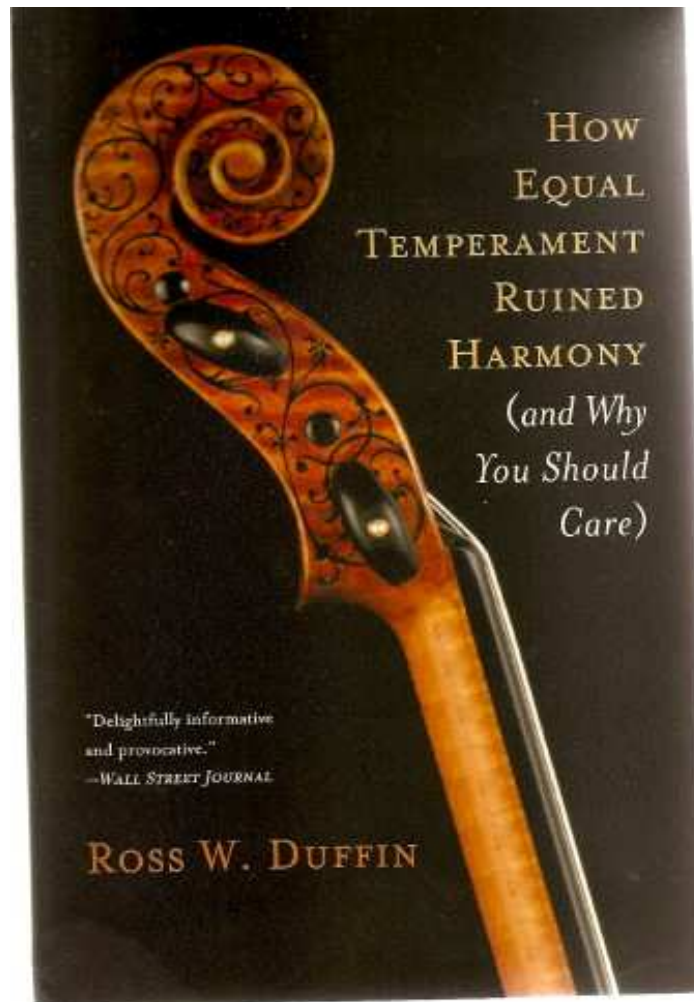


12

# Je to v redu?

- Popolna kvinta je prenizka
  - $2^{7/12} = 1.498... \approx 3/2$
- Velika terca je previsoka
  - $2^{4/12} = 1.26... \approx 5/4$

# Mordane



# Dirigentova pritožba

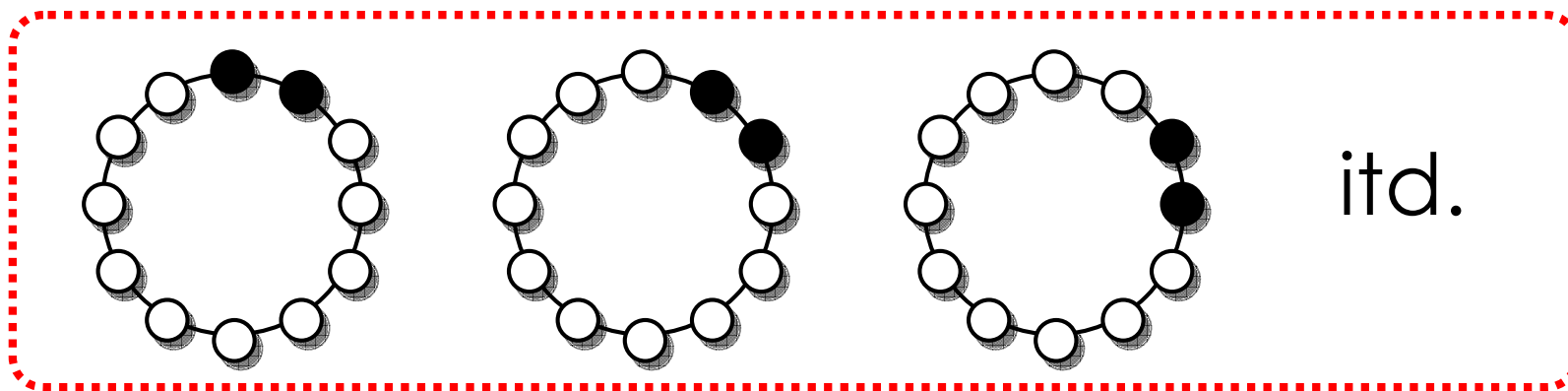
- Christoph von Dohányi govori o Beethovnovi Deveti simfoniji

*“Simfonija se začne s približno dvema minutama D-mol akorda. Toda potem pride presenetljiv prehod na B-dur. Na vaji nisem mogel doseči, da bi ta B-dur dobro zvenel. Sicer vem, kaj je velika terca, in vsi glasbeniki so izjemni profesionalci, vendar smo ga poskušali znova in znova in nikoli nisem bil zadovoljen.”*

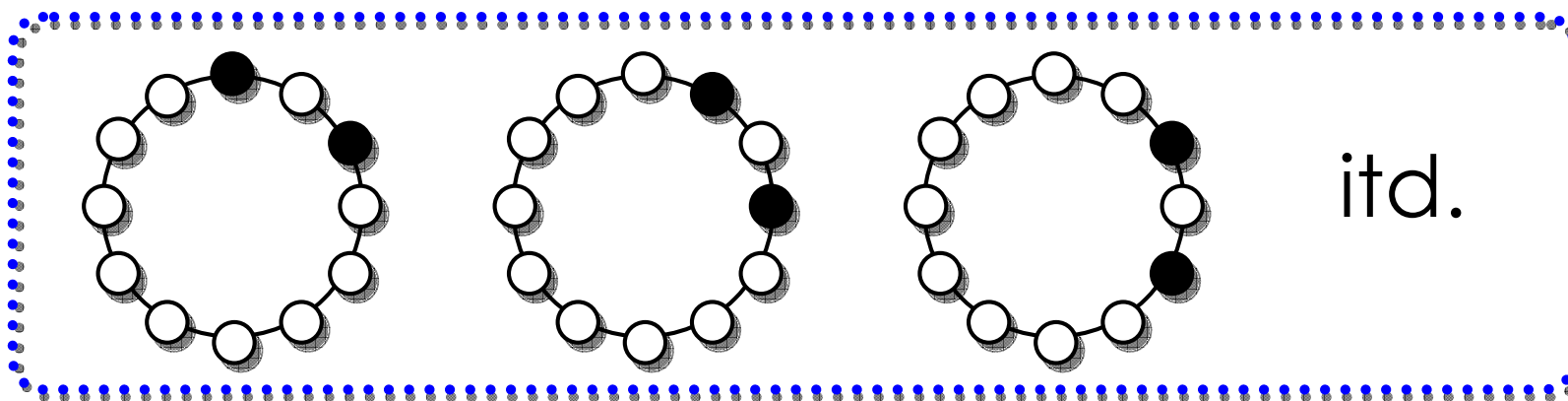
- Akord B-dur potrebuje rahlo nižani ton D, da bi lepo zvenel

# Intervali

m2/v7:



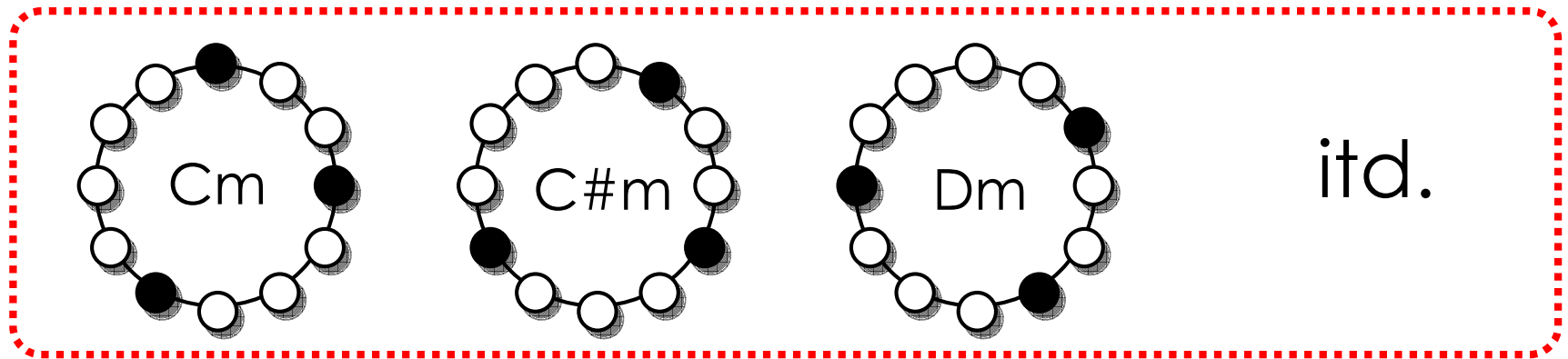
v2/m7:



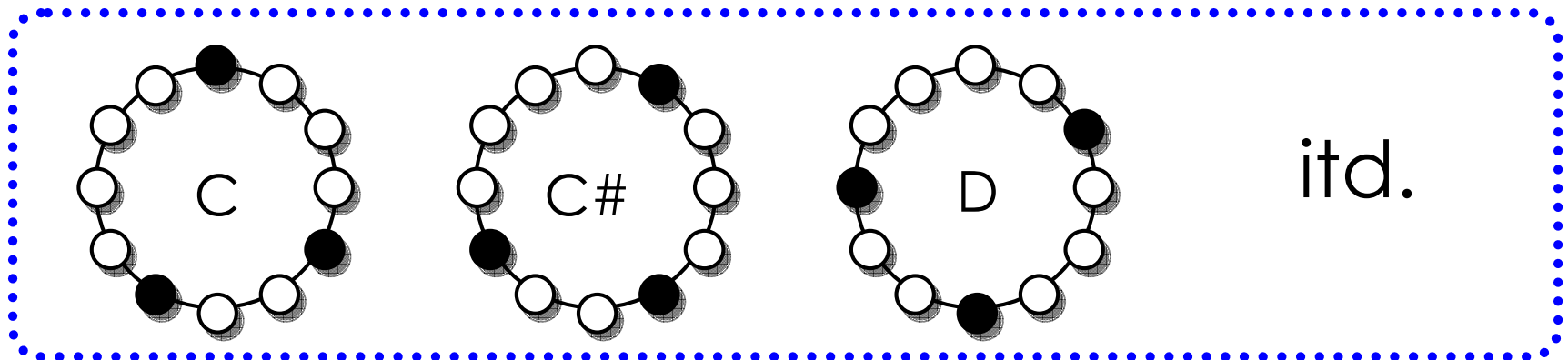
Obstaja 6 različnih intervalov

# Triade (akordi)

m:

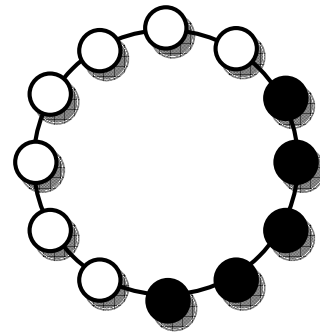
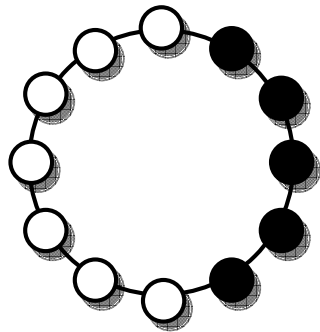
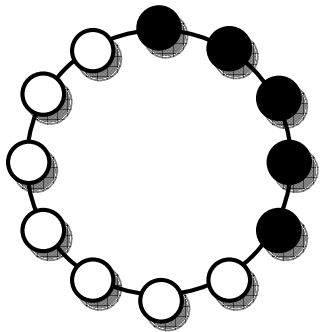


V:

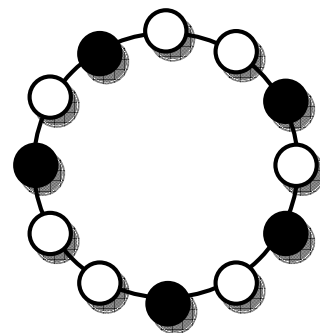
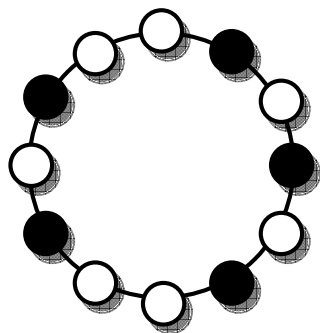
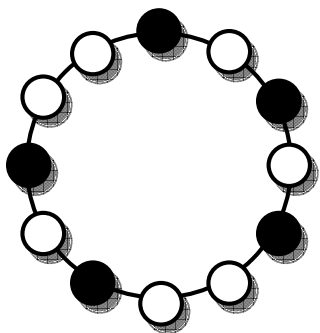


Teh razredov je 19

# Lestvice



dolgočasno ...

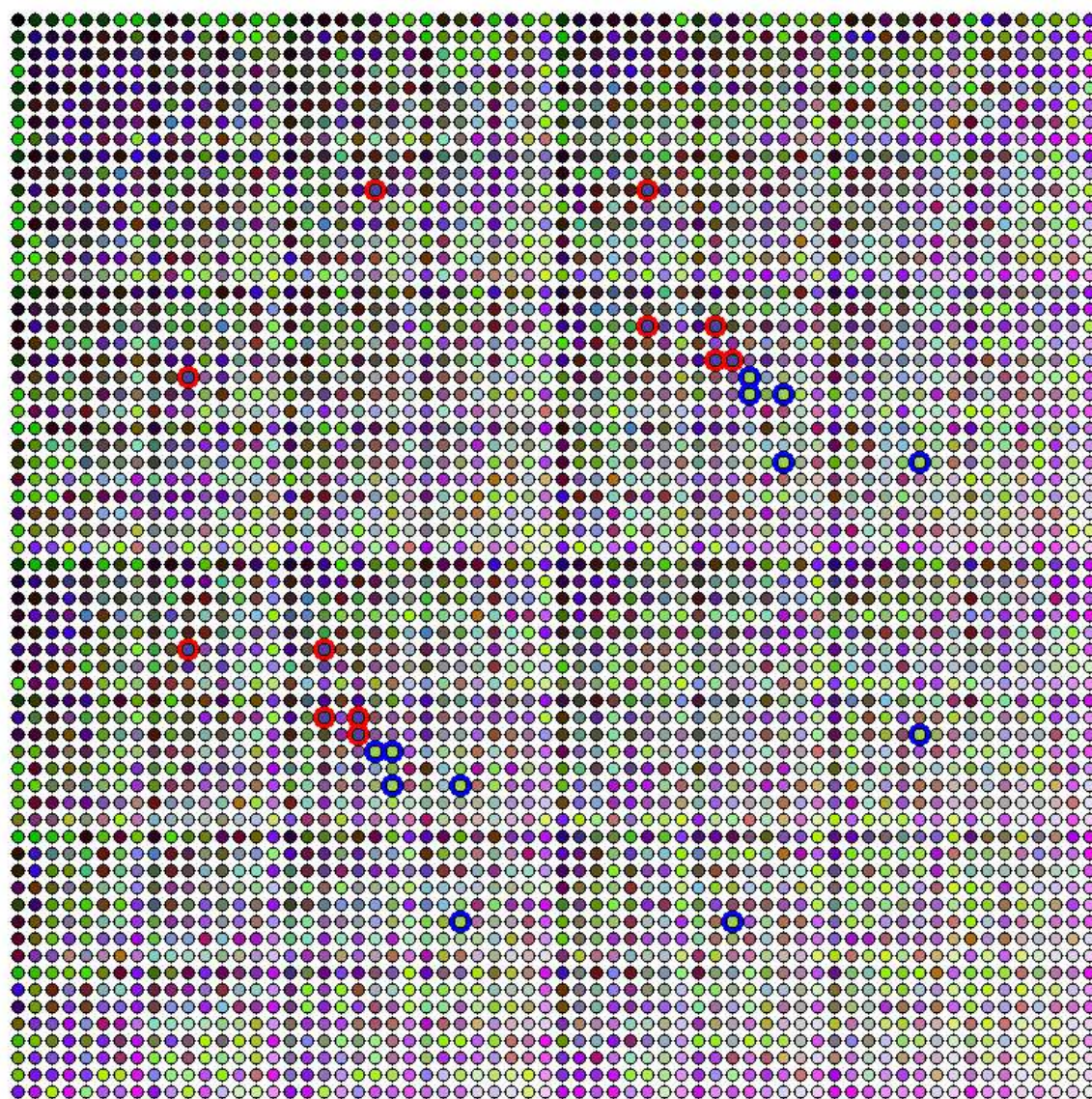


zanimivo ... ?

Obstaja 66 različnih tonskih lestvic



# Vseh 4096 vzorcev



-  pentatonika
-  diatonika

1010 1101 0101



R



Z

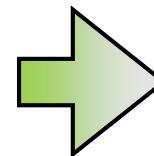
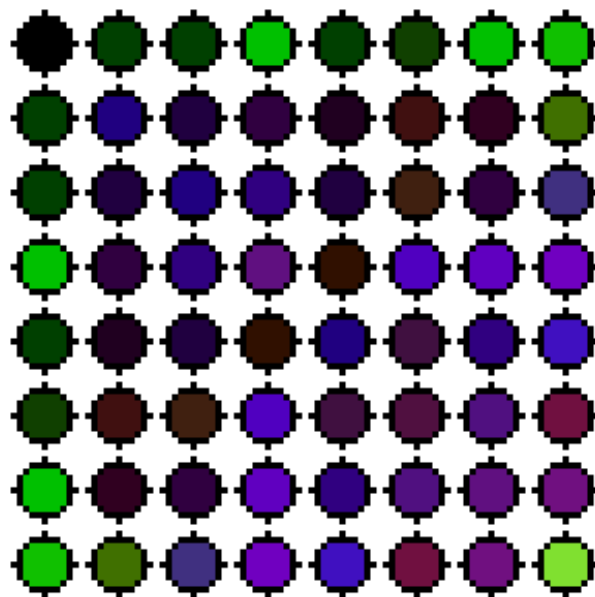


M

352 različnih  
razredov / barv

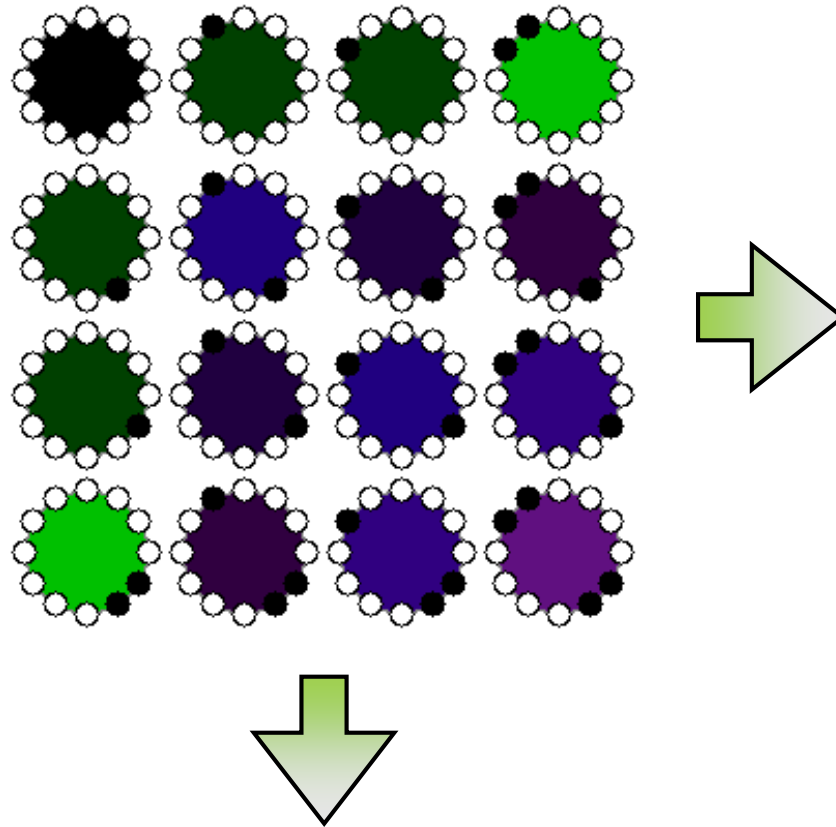


# Pogled od blizu



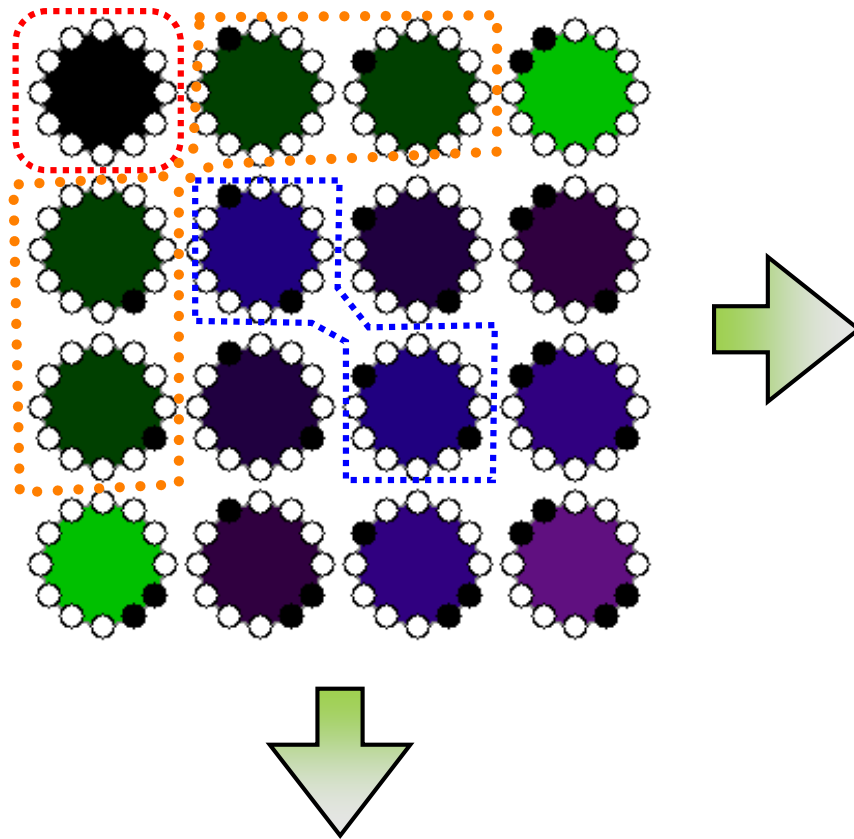
- Celotna slika na [http://www.andrewduncan.ws/cmt/graphs\\_small.png](http://www.andrewduncan.ws/cmt/graphs_small.png)

# Še bližje



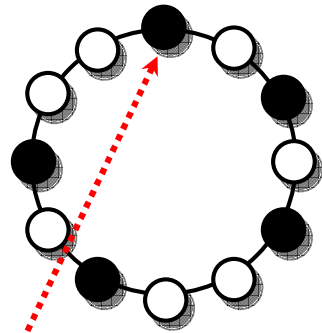
- [http://www.andrewduncan.ws/content/graphs\\_big.png](http://www.andrewduncan.ws/content/graphs_big.png)

# Podobni vzorci

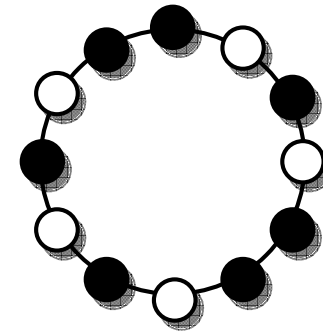
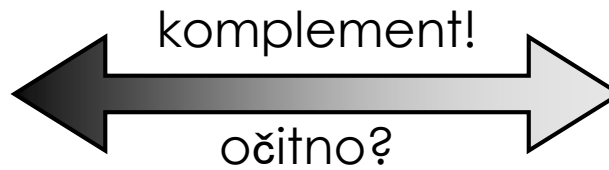


- Toda v večjem obsegu!

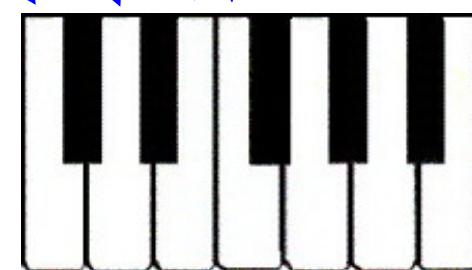
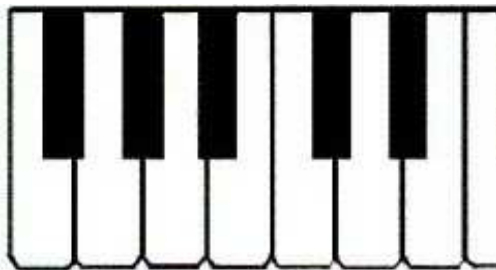
# Najbolj priljubljene



pentatonika



diatonika



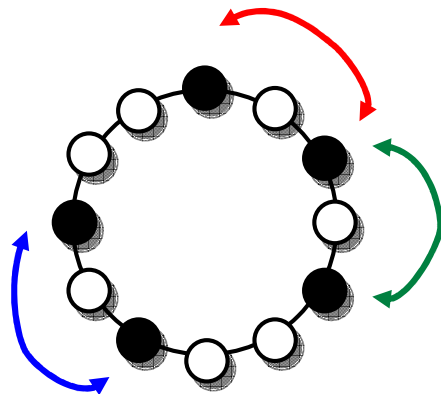
itd.

# Zakaj?

- Zdi se, da te lestvice vsebujejo veliko vzorcev.
- Kako bi to opisali?
- Poglejmo vsebino intervalov

# Vsebina intervalov

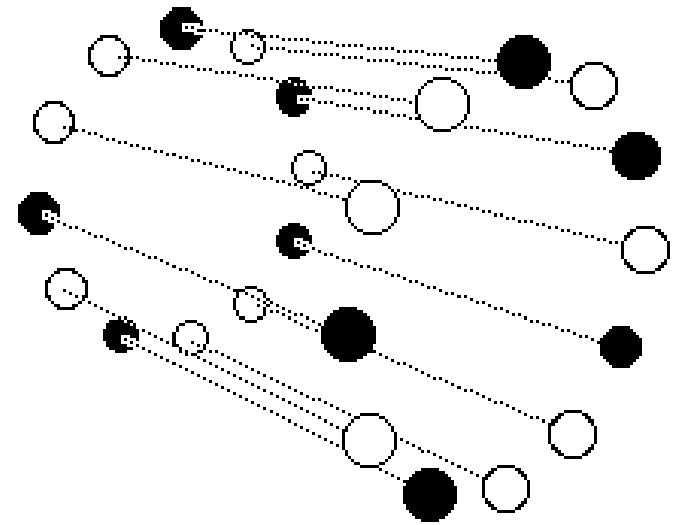
- Vprašanje: Koliko velikih sekund vsebuje pentatonska lestvica?



Odgovor: tri!

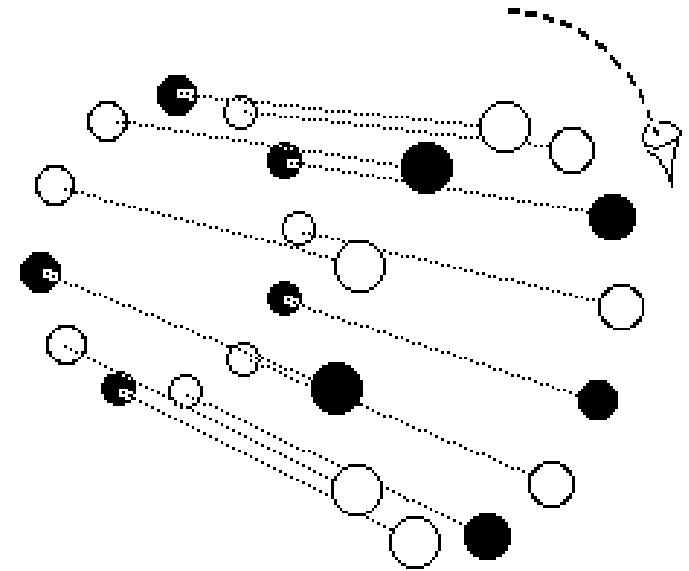
# Drugačen pristop

- Do istega odgovora pridemo na naslednji način:
- Poravnamo identični kopiji...
- ... in obrnemo sprednjo



# Avtokorelacija

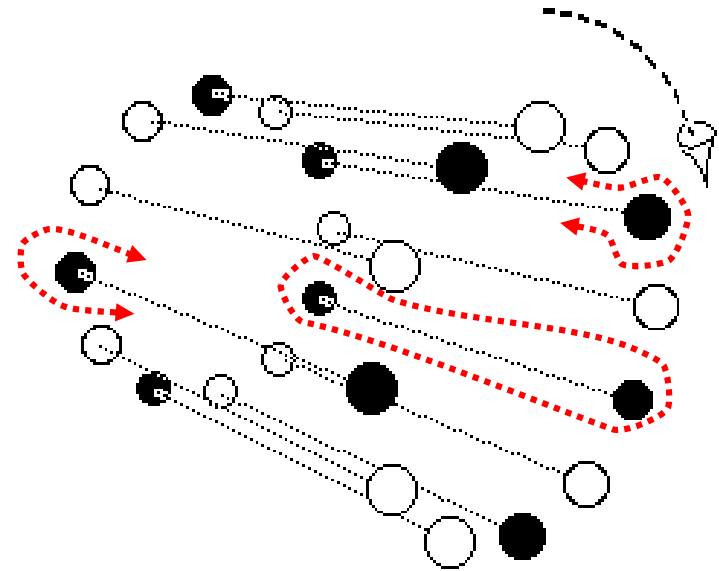
- Preštejemo note, ki se ujemajo
- Vsako ujemanje predstavlja V2 interval na lestvici





# Avtokorelacija

- Preštejemo note, ki se ujemajo
- 3 ujemanja  $\Rightarrow \exists 3$  V2 intervali na pentatonski lestvici
- Morali bi reči V2/m7



# Intervalni spekter

- Pentatonika vsebuje:
  - 5 sozvočij (trivialno)
  - 0 m2/V7 Same različne vrednosti!
  - 3 V2/m7 To je edinstveno
  - 2 m3/V6
  - 1 V3/m6
  - 4 P4/P5 ← Maksimalna vrednost za vse 5-poltonske lestvice!
  - 0 b 5

# Diatonična lestvica

- Diatonika vsebuje:

- 7 sozvočij  
(trivialno)

- 2 m2/V7

Same različne vrednosti!

- 5 V2/m7

To je edinstveno

- 4 m3/V6

- 3 V3/m6

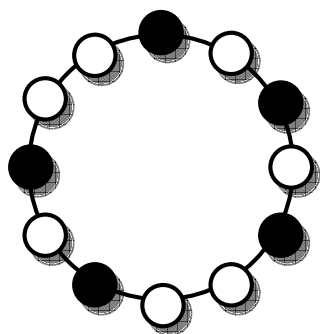
- 6 P4/P5

Maksimalna vrednosti  
za vse 7-poltonske lestvice!

- 1 b 5

# Dodatne lastnosti

- Ta vzorec je poseben
- Katere druge lastnosti ima?

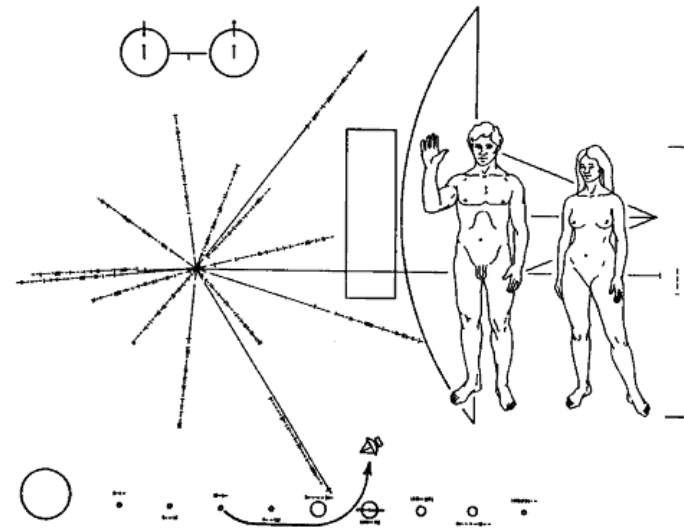


# Nekaj idej

- Lokalna okolica
  - Na osnovi majhne okolice ugotovimo, kje na lestvici se nahajamo
- Entropija
  - Definiramo nekakšno vrsto entropije na lestvici

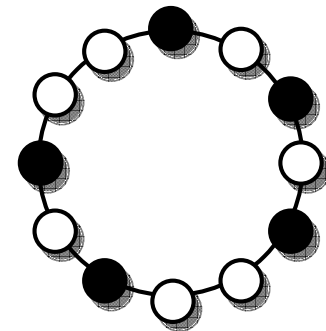
# Inteligenca

- Kako dokazati, da smo pametni?
- Vzorec bi moral biti na vesoljski sondi Voyager



$2\pi = 110.0100100001111110110101010001\dots$

$e = 10.10110111111000010101000101100\dots$



# Hvala!

- Več podrobnosti na <http://www.andrewduncan.ws/cmt>
- <http://www.andrewduncan.ws/zboard/aes92preprint>
- <http://www.andrewduncan.ws/air>